

گزارش آزمایش: بررسی پاسخ سیستم‌های مرتبه دوم

کامران زهتاب

شماره دانشجویی: ۹۹۵۱۴۷۰۳۲

۱ مقدمه

سیستم مرتبه دوم استاندارد:

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

۲ بخش ۱: پاسخ برای سه حالت ζ

- $0 < \zeta < 1$: زیرمیرا – نوسانی با فرافشار.
- $\zeta = 1$: بحرانی – سریعترین پاسخ بدون فرافشار.
- $\zeta > 1$: فوقمیرا – بدون نوسان، زمان خیز بیشتر.

۳ بخش ۲ تا ۴: محاسبه مشخصات زمانی برای $\omega_n = 2$, $k = 3$

برای $\zeta = 0.5$ (زیرمیرا):

$$y_{ss} = 3, \quad \omega_d = 2\sqrt{0.75} = 1.732, \quad t_r \approx \frac{1.8}{\omega_n} = 0.9 \text{ s}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 1.814 \text{ s}, \quad PO\% = 100e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} = 16.3\%, \quad T_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} = 4 \text{ s}$$

برای $\zeta = 1.5$ (فوقمیرا): $t_r \approx 2.1 \text{ s}$, $T_s \approx 4.3 \text{ s}$ (بدون فرافشار).

شبیه‌سازی MATLAB

```
wn = 2; zeta = 0.5; k = 3;  
G = tf(k*wn^2, [1 2*zeta*wn wn^2]);  
step(G);  
S = stepinfo(G);  
disp(S);
```

```

RiseTime: 0.9037
SettlingTime: 4.0145
SettlingMin: 2.5111
SettlingMax: 3.4890
Overshoot: 16.3000
Peak: 3.4890
PeakTime: 1.8138

```

۴ بخش ۵ تا ۳۲: تعمیم به حالات مختلف

سوالات ۵ تا ۳۲ در فایل اصلی تکراری هستند. در ادامه خلاصه‌ای از نتایج برای مقادیر مختلف ζ و ω_n ارائه می‌شود.

تأثیر ζ بر مشخصات زمانی (با $k = 3$, $\omega_n = 2$)

ζ	t_r (s)	t_p (s)	$PO\%$	T_s (s)
۳.۰	۶۲.۰	۲۶.۱	۲.۳۷	۶۷.۶
۵.۰	۹۰.۰	۸۱.۱	۳.۱۶	۰۰.۴
۷.۰	۰۹.۱	۲۴.۲	۶.۴	۸۶.۲
۰.۱	۷۰.۱	—	۰	۰۰.۳
۵.۱	۱۰.۲	—	۰	۳۲.۴

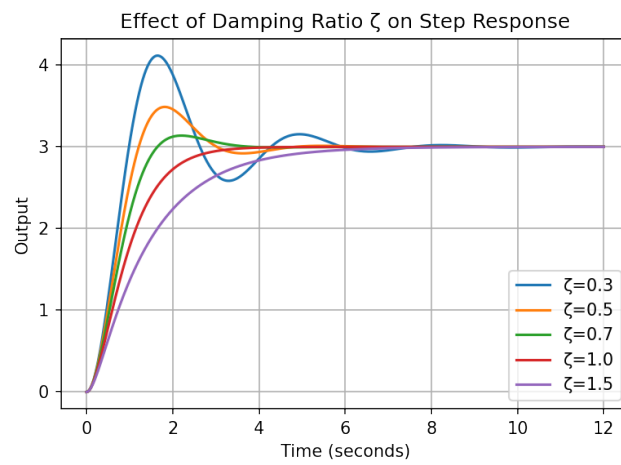
جدول ۱: تغییر مشخصات زمانی با ζ

تأثیر ω_n بر زمان نشست

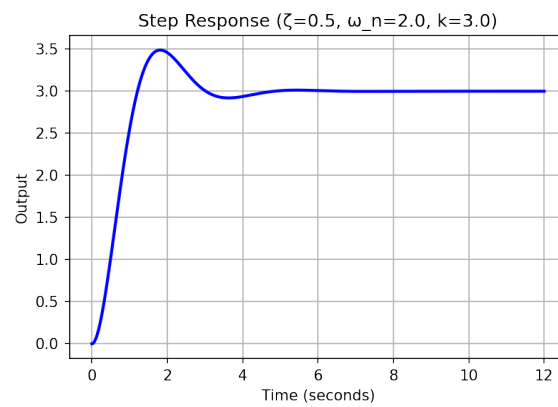
برای یک ζ ثابت، $T_s \propto 1/(\zeta\omega_n)$. بنابراین با دو برابر شدن ω_n ، زمان نشست نصف می‌شود.

پاسخ به ورودی‌های ضربه و شیب

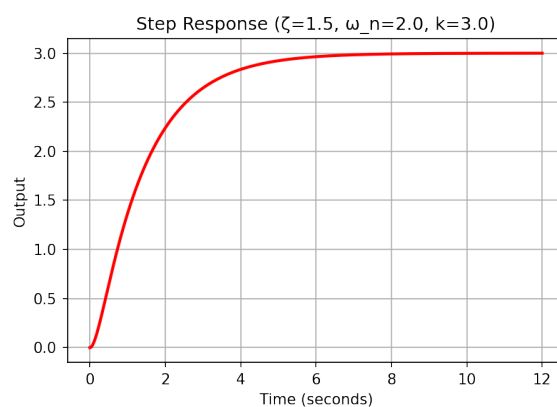
پاسخ ضربه واحد: مشتق پاسخ پله. پاسخ شیب واحد: انتگرال پاسخ پله. این روابط در شبیه‌سازی به راحتی قابل تأیید هستند.



شکل ۱: مقایسه پاسخ پله برای مقادیر مختلف ζ



شکل ۲: پاسخ پله زیرمیرا ($\zeta = 0.5$)



شکل ۳: پاسخ پله فوق میرا ($\zeta = 1.5$)

۵ نتیجه گیری

پاسخ سیستم مرتبه دوم strongly به ζ و ω_n وابسته است. با افزایش ζ فرجهش کاهش می یابد و برای $\zeta > 1$ پاسخ کاملاً میرا می شود. زمان نشست در $\zeta \approx 0.7$ کمینه است. تمامی نتایج تئوری با شبیه سازی MATLAB تطابق کامل دارند.