



همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبی چندگانه نامعین مبتنی بر طراحی رویتگر غیرخطی بهینه: یک رویکرد تضمین‌کننده ارتباط امن

علی اژدري^۱، علیرضا الفی^{۲*}، جواد کیقبادی^۳

^۱ دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده برق، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران.

^۲ استاد، دانشکده برق، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران.

^۳ استادیار، دانشکده برق، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران.

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۱/۱۴؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۲/۳۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۴/۹

چکیده

در این مقاله، مساله همزمان‌سازی تصویری و انتقال اصلاح‌شده را در حضور عدم قطعیت و سیگنال‌های اغتشاش با استفاده از یک رویتگر بهینه مبتنی بر الگوریتم ابرپیچشی برای چندین سیستم آشوبناک شامل یک سیستم محرک و دو سیستم پاسخ بررسی می‌شود. به منظور تخمین پارامترهای نامعلوم و همچنین مقابله سریع با سیگنال‌های اغتشاش، یک ناظر ابرپیچشی با زمان همگرایی محدود طراحی می‌شود. سپس، بر اساس قضیه پایداری لیاپانوف، یک کنترل‌کننده با زمان همگرایی محدود برای تضمین همگام‌سازی آشوب با همگرایی خطای رویتگر به سمت صفر طراحی می‌گردد. قانون کنترل پیشنهادی را می‌توان در سیستم‌های ارتباط امن آشوبناک برای افزایش امنیت استفاده کرد. علاوه بر این، یک روش الحاق آبشاری پیشنهاد می‌کنیم که برای استفاده در کاربردهای ارتباط امن، در مقایسه با روش‌های قبلی ایمن‌تر است. در نهایت، شبیه‌سازی عددی در مقایسه با کارهای مرتبط ارائه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی، استحکام و کارایی رویکرد پیشنهادی را در مواجهه با عدم قطعیت و سیگنال‌های اغتشاش نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم‌های آشوبی چندگانه؛ رویتگر ابرپیچشی؛ همزمان‌سازی؛ آنالیز پایداری؛ بهینه‌سازی.

Synchronization of Uncertain Multiple Chaotic Systems Based on an Optimal Nonlinear Observer: A Secure Communication Approach

Ali Azhdari¹, Alireza Alfi^{2*}, Javad Keighobadi³

¹ Graduated Master Degree, Faculty of Electrical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

² Prof., Faculty of Electrical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

³ Assist. Prof., Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

Abstract

In this paper, using an optimal observer-based super-twisting approach, a modified projective and transmission synchronization in the presence of uncertainty and disturbance signals is investigated for multiple chaotic systems involving one drive system and two response systems. First, in order to estimate the uncertain terms along with quickly deal with the disturbance signals, an optimal finite-time super-twisting observer is designed. Based on the Lyapunov stability theorem, a finite-time controller is then developed to ensure the chaos synchronization by converging observer error systems to zero. The proposed control law can be applied in chaotic secure communication systems to increase security. Additionally, we introduce the cascade inclusion method, which is more secure in comparison with previous approaches, for secure communication applications. Finally, the numerical simulations in comparison with related works are provided. The simulation results illustrate the robustness and effectiveness of the proposed control approach in the presence of uncertainty and disturbances.

Keywords: Multiple Chaotic Systems; Super-twisting Observer; Synchronization; Stability Analysis; Optimization.

۱- مقدمه

سیستم های آشوبناک چندگانه از بیش از یک جاذب آشوبناک تشکیل شده اند، به این معنی که بسته به پارامترها می توانند چندین شکل از رفتار آشوبناک را نمایش دهند. یک سیستم آشوبناک اساساً دارای دینامیک پیچیده و غیرخطی است که به دلیل حساسیت به شرایط اولیه نمی تواند به طور مجانبی به یک نقطه پایدار همگرا شود؛ اما محققین ثابت می کنند که می توان آن را با طراحی یک قانون کنترل مناسب، همگام سازی کرد. آنها نشان می دهند که چنین سیستم هایی می توانند زمانی همگام شوند که مشتقات توابع لیاپانوف زیرسیستم ها همگی دارای علامت منفی باشند [۱ و ۲]. همگام سازی در سیستم های آشوبناک پدیده ای است که در آن دو یا چند سیستم آشوبناک یک ویژگی معین از حرکت خود را به دلیل یک کوپلینگ یا نیرو، به یک رفتار مشخص تنظیم می کنند.

در چند سال گذشته، مسئله همگام سازی سیستم های آشوبناک به موضوعی جذاب برای دانشمندان تبدیل شده است. اخیراً توجه بیشتری به سیستم های آشوبناک چندگانه در چندین زمینه مانند ارتباط امن [۳]، پزشکی [۴]، رمزنگاری تصویر [۵] و شبکه های نوری غیرفعال [۶] شده است. می توانیم دو روش همگام سازی شناخته شده را در کارهای گزارش شده برای سیستم های آشوبناک چندگانه پیدا کنیم [۷]. روش اول همگام سازی انتقال حلقه ای است. با استفاده از مزایای کلی رویکرد کنترل حلقه ای و طرح همگام سازی خوشه ای برای شبکه های دینامیکی محرک-پاسخ و گسترش آنها به سیستم های چندگانه با شرایط اولیه مختلف، این کار با همگام سازی سیستم اول با سیستم دوم و به همین ترتیب تا آخرین سیستم انجام می شود. این روش می تواند اطمینان حاصل کند که هر سیستم آشوبناک با یکدیگر همگام می شود. روش دوم، همگام سازی تصویری است که شامل همبستگی حالت های سیستم ها با استفاده از ضرایب مقیاس ۱ و ۱- می باشد. همگام سازی تصویری نشان می دهد که چگونه سیستم پاسخ با یک عامل متناسب با سیستم محرک همگام می شود، زمانی که یک کنترل کننده مناسب طراحی شده باشد (برای جزئیات بیشتر به [۸ و ۹] مراجعه کنید).

مسئله همگام سازی آشوبناک به سناریویی در کنترل آشوب اشاره دارد که در آن سیستم محرک، به عنوان مرجع مورد نظر،

باید به سمت سیستم پاسخ همگرا شود. در مسئله کنترل غیرخطی، همگام سازی با تعریف دینامیک خطا به عنوان تفاوت بین سیستم های محرک و پاسخ و کاهش آن به صفر، حاصل می شود که منجر به همگام سازی دو سیستم آشوبناک می شود. بسیاری از مطالعات از روش های کنترل غیرخطی برای همگام سازی سیستم های آشوبناک بر اساس نظریه پایداری لیاپانوف استفاده کرده اند. برای همگام سازی سیستم های چندگانه آشوبناک، مرجع [۱۰] کنترل ضربه ای را معرفی می کند. کنترل کننده های بازخورد مناسب در [۱۱ و ۱۲] برای پایداری سیستم حلقه بسته در مبدا و همگام سازی دو سیستم آشوبناک طراحی شده اند. در [۱۳]، عملکرد کنترل فعال و کنترل پسگام، به منظور همگام سازی سیستم های آشوبناک مورد مطالعه قرار گرفته است. همگام سازی یک سیستم چندگانه آشوبناک با استفاده از یک روش کنترل تطبیقی در [۸] حاصل می شود. این روش به طور موثر سیستم ها را پایدار می کند و پارامترهای ناشناخته را تخمین می زند. با این حال، ضعف اصلی در این مطالعات نادیده گرفتن سیگنال های اغتشاش و عدم قطعیت ها است.

یک سیستم آشوبناک به عنوان یک سیستم دینامیکی غیرخطی پیچیده، به شرایط اولیه بسیار حساس است. این ویژگی می تواند رفتار سیستم های آشوبناک را مختل و از هم گسیخته کند. با این حال، بسیاری از روش های کنترل اخیراً برای رسیدگی به این مسئله توسعه یافته اند. همگام سازی یک سیستم آشوبناک چندحالتی، متشکل از سیستم های آشوبناک چوا و دو سیستم آشوبناک راسلر با تاخیر زمانی، از طریق تلفیق کنترل تطبیقی و روش های کنترل مقاوم حاصل می شود [۱۴]. علاوه بر این، در [۱۵]، یک روش کنترل بازخورد تطبیقی مقاوم برای پایداری سیستم حلقه بسته، مقابله با عدم قطعیت ها و اطمینان از سرعت همگرایی سریع معرفی شده است. با این حال، این روش ها می توانند از نظر پیچیدگی طراحی و پیاده سازی نسبت به رویکردهای کنترل سنتی چالش برانگیز باشند. علاوه بر این، آنها در برابر نویز و محدودیت های مدل سازی حساس هستند [۱۶]. اگرچه روش های کنترل تطبیقی با هدف سازگاری با دینامیک متغیر سیستم هستند، ولی نمی توانند عملکرد مقاوم را در هر حالتی تضمین کنند. با وجود اینکه روش های همگام سازی مبتنی بر کنترل لغزشی طراحی ساده ای دارند، اما مهم ترین عیب آنها

- طراحی یک رویتر ابرپیشی برای تخمین همزمان عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات، که در مقایسه با رویترهای معمولی [۳ و ۸]، از همگرایی سریع‌تر و مقاومت بالاتری برخوردار است.
 - ارائه یک کنترل‌کننده با زمان محدود مبتنی بر تحلیل پایداری لیاپانوف، که در مقابل روش‌های کنترل تطبیقی [۱۷] و کنترل لغزشی سنتی، از دقت بالاتر و اثر چترینگ کاهش‌یافته‌ای برخوردار است.
 - معرفی روش الحاق آبشاری برای ارتباطات امن، که برخلاف روش‌های مرسوم از جمله ماسک کردن [۲۰] و مدولاسیون [۲۲]، با ترکیب دو سیستم آشوبناک، امنیت سیگنال‌های انتقالی را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد و شناسایی پیام را برای مهاجمان دشوارتر می‌سازد.
 - بهینه‌سازی پارامترهای کنترلی با الگوریتم ژنتیک، که در مقایسه با روش‌های دستی تنظیم پارامتر [۱۳ و ۲۵]، منجر به کاهش خطای همگام‌سازی و بهبود عملکرد سیستم می‌شود.
- ادامه این مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است: ساختار سیستم چندآشوبناک شامل یک سیستم محرک و چندین سیستم پاسخ‌دهنده می‌گردد. پس از آن، یک مطالعه موردی ارائه می‌شود که در آن یک رویتر اغتشاش بهینه برای همگام‌سازی اصلاح شده طراحی می‌شود تا عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات را ارزیابی کرده و تأثیر آن‌ها را بر پاسخ سیستم به حداقل برساند. سپس، کنترل‌کننده با زمان محدود طراحی شده و در نهایت، نتایج شبیه‌سازی و نتیجه‌گیری ارائه می‌شوند.

۲- مضامین پایه‌ای

با در نظر گرفتن تعداد N سیستم آشوبی نامعین m بعدی، شامل یک سیستم محرک و $N - 1$ سیستم پاسخ، مدل ریاضی زیر را می‌توان برای سیستم محرک معرفی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{11}(t) &= q_{11}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) \\ &+ \Delta Q_{11}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) + b_{11}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

پدیده چترینگ است که دقت و عملکرد کنترل را کاهش می‌دهد. در [۱۷]، ترکیبی از فیدبک غیرخطی و روش کنترل لغزشی انتقالی برای دستیابی به همگام‌سازی سریع و دقیق سیستم‌های آشوبناک نامعین مورد بررسی قرار گرفته است. این روش اگرچه در برابر اغتشاشات مقاوم است، اما به‌طور کامل مشکل چترینگ را برطرف نمی‌کند. اگرچه خطاهای همگام‌سازی به‌طور موثر به سمت مبدا تنظیم می‌شوند، اما همگرایی خطاها به صفر سریع نیست و منجر به همگام‌سازی کندتر می‌شود؛ لذا به‌طور خلاصه، حساسیت بالا به شرایط اولیه و وابستگی شدید به پارامترهای سیستم، وجود عدم قطعیت‌های مدلسازی و اغتشاشات خارجی، ماهیت غیرخطی این سیستم‌ها، مشکل چترینگ در کنترل‌کننده‌های لغزشی و زمان محاسباتی بالا در روش‌های تطبیقی، از چالش‌های پیش‌رو در طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های آشوبناک هستند.

برای رفع چالش‌های مذکور، در این مقاله، یک روش ابرپیشی بهینه مبتنی بر رویتر ارائه می‌شود. در این روش، از یک رویتر ابرپیشی برای تخمین اغتشاشات یک سیستم غیرخطی در زمان محدود و کاهش چترینگ استفاده می‌شود. مکانیزم طراحی این رویتر بر پایه بکارگیری الگوریتم ابرپیشی برای تولید یک قانون تخمین پیوسته و مقاوم است که همگرایی خطای تخمین و مشتق آن را به صفر تضمین می‌کند. سپس، یک کنترل‌کننده با زمان محدود برای تضمین همگام‌سازی آشوب با همگرایی خطای سیستم‌های رویتر به صفر بر اساس مسئله پایداری لیاپانوف پیشنهاد می‌شود. برای بهینه‌سازی چارچوب کنترلی پیشنهادی، از الگوریتم ژنتیک (GA) استفاده می‌شود. از آنجایی که سیستم‌های آشوبناک می‌توانند همگام‌سازی شوند، می‌توان از آن‌ها در ارتباطات امن استفاده کرد. از طریق دینامیک آشوبناک پیچیده، ارتباطات امن اطلاعات را ماسک می‌کند [۱۸ و ۱۹]. سه روش ارتباط امن معرفی شده است: ماسک کردن [۲۰ و ۲۱]، مدولاسیون [۲۲] و الحاق [۲۳]. در این مقاله، ما الحاق آبشاری را برای افزایش امنیت لینک ارتباطی پیشنهاد می‌کنیم که آن را ایمن‌تر می‌سازد؛ در نتیجه، پیش‌بینی رفتار حامل توسط مهاجم دشوار بوده و بنابراین یافتن طیف سیگنال پیام نهفته در آن تقریباً غیرممکن است. به‌طور کلی، در مقایسه با روش‌های پیشین، نوآوری‌های اصلی این مقاله عبارتند از:

لم ۱ [۲۴]: بر اساس نظریه پایداری لیاپانوف، برای هر x در رابطه $\dot{V}(x) + k_1 V(x) + k_2 V^\epsilon(x) \leq 0$ به ازای $k_1, k_2 > 0$ و $\epsilon \in (0,1)$ ، شرط زمان محدود به صورت زیر بیان می شود:

$$T \leq \frac{1}{k_1(1-\epsilon)} \ln \frac{k_1 V^{1-\epsilon}(x(0)) + k_2}{k_2} \quad (۳)$$

تذکر ۱: کنترل کننده همزمان سازی مبتنی بر ریتگر اغتشاش، به صورت زمان محدود طراحی خواهد شد؛ لذا دینامیک خطا بایستی به طور مجانبی به مقدار صفر همگرا شود:

$$\lim_{t \rightarrow T} \|e_n\| = \lim_{t \rightarrow T} \|x_1 - \omega_n x_n\| = 0 \quad (۴)$$

برای $t \geq T$ و $n = 2, 3, \dots, N$ ، توجه کنید ω_n ماتریسی قطری $m \times m$ است که به صورت $\omega_n = \text{diag}\{\omega_{n1}, \omega_{n2}, \dots, \omega_{nm}\}$ تعریف می شود که هر کدام از درایه های ماتریس مذکور، اسکالرهایی غیر صفری هستند که توسط طراح انتخاب می شوند.

۳- طرح همزمان سازی پیشنهادی

۳-۱- طراحی ریتگر فرایچشی

به کمک روابط (۱)، (۲) و (۴)، دینامیک خطا عبارتست از:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{ni} &= \dot{x}_{1i} - \omega_{ni} \dot{x}_{ni} \\ &= q_{1i}(x_1) + \Delta Q_{1i}(x_1) + \\ &+ b_{1i} - \omega_{ni}(q_{ni}(x_n) + \Delta Q_{ni}(x_n) + b_{ni} + u_{ni}) \\ &= q_{1i}(x_1) - \omega_{ni}q_{ni}(x_n) + B_{ni} - \omega_{ni}u_{ni} \end{aligned} \quad (۵)$$

که B_{ni} برابر $\Delta Q_{1i}(x) - \omega_{ni}\Delta Q_{ni}(x) + b_{1i} - \omega_{ni}b_{ni}$ در نظر گرفته می شود.

فرض ۱ [۱۷]: با در نظر گرفتن عدم قطعیت مجتمع به صورت

$$B_{ni} = \Delta Q_{1i}(x_1) + b_{1i}(t) - \omega_{ni}(\Delta Q_{ni}(x_n) + b_{ni}(t))$$

شرط کراندار بودن آن توسط $|B_{ni}(x_1, x_n, t)| \leq \sigma_i$ و مشتق آن به صورت $|\dot{B}_{ni}(x_1, x_n, t)| \leq E_i$ در نظر گرفته می شوند

که σ_i و E_i مقادیر ثابت مثبت و معلوم هستند.

حال، ریتگر اغتشاش مبتنی بر الگوریتم فرایچشی به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{12}(t) &= q_{12}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) \\ &+ \Delta Q_{12}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) + b_{12}(t) \\ &\dots \\ \dot{x}_{1m} &= q_{1m}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) \\ &+ \Delta Q_{1m}(x_{11}(t), \dots, x_{1m}(t)) + b_{1m}(t) \end{aligned}$$

که $x_1 = [x_{11}(t), x_{12}(t), \dots, x_{1m}(t)]^T$ بردار حالت سیستم محرک، $q_1(x_1) = [q_{11}(x_1), \dots, q_{1m}(x_1)]^T$ توابع غیر خطی، $\Delta Q_1(x_1) = [\Delta Q_{11}(x_1), \dots, \Delta Q_{1m}(x_1)]^T$ بردار عدم قطعیت های مدل، $b_1(t) = [b_{11}(t), \dots, b_{1m}(t)]^T$ بردار اغتشاشات خارجی است؛ همچنین، فرم کلی زیر برای توصیف $N - 1$ سیستم پاسخ با ورودی های کنترلی ارائه می شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{n1}(t) &= q_{n1}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + u_{n1} \\ &+ \Delta Q_{n1}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + b_{n1}(t) \\ \dot{x}_{n2}(t) &= q_{n2}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + u_{n2} \\ &+ \Delta Q_{n2}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + b_{n2}(t) \\ &\dots \\ \dot{x}_{nm}(t) &= q_{nm}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + u_{nm} \\ &+ \Delta Q_{nm}(x_{n1}(t), \dots, x_{nm}(t)) + b_{nm}(t) \end{aligned} \quad (۲)$$

که $x_n = [x_{n1}(t), x_{n2}(t), \dots, x_{nm}(t)]^T$ بردار حالت سیستم های پاسخ، $\Delta Q_n(x_n) = [\Delta Q_{n1}(x_n), \dots, \Delta Q_{nm}(x_n)]^T$ عدم قطعیت های مدل، $q_n(x_n) = [q_{n1}(x_n), \dots, q_{nm}(x_n)]^T$ بردار ترم های غیر خطی، $u_n = [u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nm}]^T$ سیگنال کنترلی و $b_n(t) = [b_{n1}(t), b_{n2}(t), \dots, b_{nm}(t)]^T$ اغتشاشات خارجی برای $n = 2, 3, \dots, N$ می باشند.

به منظور تحقق هدف همزمان سازی زمان محدود، لم زیر مورد نیاز است:

$$\begin{aligned}\dot{\zeta} &= \left[\frac{1}{2|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \dot{\tilde{e}}_{ni}, \dot{\tilde{B}}_{ni} \right]^T \\ &= \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left[\frac{1}{2} \dot{\tilde{e}}_{ni}, |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \dot{\tilde{B}}_{ni} \right]^T \\ &= \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left(\begin{bmatrix} -0.5\psi_{ni} & 0.5 \\ -\kappa_{ni} & 0 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \times \left. \begin{bmatrix} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) \\ \tilde{B}_{ni} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \dot{B}_{ni} \end{bmatrix} \right) \\ &= \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} (A\zeta - Q\bar{B})\end{aligned}\quad (11)$$

که $\bar{B} = |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \dot{B}_{ni}$ و $Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} -0.5\psi_{ni} & 0.5 \\ -\kappa_{ni} & 0 \end{bmatrix}$ مشتق V_1 به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \zeta^T P \dot{\zeta} + \zeta^T P \dot{\zeta} \\ &= \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left(\zeta^T A^T P \zeta + \zeta^T P A \zeta - \bar{B} (Q^T P \zeta + \zeta^T P Q) \right) \\ &\leq \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left(\zeta^T A^T P \zeta + \zeta^T P A \zeta + \bar{B}^2 + \zeta^T P Q Q^T P \zeta \right)\end{aligned}\quad (12)$$

با توجه به فرض ۱ و تعریف $\bar{B}$ ، معادله (۱۲) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &\leq \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \left(\zeta^T A^T P \zeta + \zeta^T P A \zeta + \bar{B}^2 + \zeta^T P Q Q^T P \zeta \right) \\ &\leq \frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \zeta^T \left(\begin{bmatrix} A^T P & -\bar{B}^2 + |\tilde{e}_{ni}| E_i^2 \\ PA + P Q Q^T P & + E_i^2 \Gamma^T \Gamma \end{bmatrix} \right) \zeta\end{aligned}\quad (13)$$

که در آن $B' = -(A^T P + PA + P Q Q^T P + E_i^2 \Gamma^T \Gamma)$ و $\Gamma = [1 \ 0]$ به کمک روابط قبل، می‌توان B' را به صورت زیر مرتب کرد:

$$\begin{aligned}B' &= - \begin{bmatrix} b'_{11} & b'_{12} \\ b'_{12} & b'_{22} \end{bmatrix} \\ b'_{11} &= -\psi_{ni}^3 + \psi_{ni}^2 - 3\psi_{ni} - \kappa_{ni}\psi_{ni} + E_i^2 \\ b'_{12} &= \psi_{ni}^2 - \psi_{ni}, \quad b'_{22} = 1 - \psi_{ni}\end{aligned}\quad (14)$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}}_{ni} &= q_{1i}(x_1) - \omega_{ni} q_{ni}(x_n) + \hat{B}_{ni} \\ &\quad - \omega_{ni} u_{ni} \\ &\quad - \psi_{ni} |\hat{e}_{ni} - e_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\hat{e}_{ni} - e_{ni}) \\ \dot{\hat{B}}_{ni} &= -\kappa_{ni} \text{sign}(\hat{e}_{ni} - e_{ni})\end{aligned}\quad (6)$$

که ψ_{ni} و κ_{ni} مقادیر ثابت مثبت هستند. با توجه به روابط (۵) و (۶) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}}_{ni} &= -\psi_{ni} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) + \tilde{B}_{ni} \\ \dot{\tilde{B}}_{ni} &= -\kappa_{ni} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) - \dot{B}_{ni}\end{aligned}\quad (7)$$

که در آن $\tilde{B}_{ni} = \hat{B}_{ni} - B_{ni}$ و $\tilde{e}_{ni} = \hat{e}_{ni} - e_{ni}$ برای اثبات پایداری همگرایی روی‌نگر پی‌شنهادی، بردار خطا را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\zeta^T = [\zeta_1, \zeta_2] = [|\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}), \tilde{B}_{ni}] \quad (8)$$

تابع لیپانوف به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$V_1 = \zeta^T P \zeta \quad (9)$$

که P ماتریس مثبت معین است که به صورت $\begin{bmatrix} 2\kappa_{ni} + \psi_{ni}^2 & -\psi_{ni} \\ -\psi_{ni} & 1 \end{bmatrix}$ انتخاب می‌شود که مثبت معین بودن آن در ادامه اثبات می‌شود.

$$\begin{aligned}V_1 &= [|\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}), \tilde{B}_{ni}] \begin{bmatrix} 2\kappa_{ni} + \psi_{ni}^2 & -\psi_{ni} \\ -\psi_{ni} & 1 \end{bmatrix} \\ &\quad \times \begin{bmatrix} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) \\ \tilde{B}_{ni} \end{bmatrix} \\ &= \psi_{ni}^2 |\tilde{e}_{ni}| + \tilde{B}_{ni}^2 + 2\kappa_{ni} |\tilde{e}_{ni}| \\ &\quad - 2\tilde{\beta}_{ni} \psi_{ni} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) \\ &= 2\kappa_{ni} |\tilde{e}_{ni}| + (\psi_{ni} |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \text{sign}(\tilde{e}_{ni}) + \tilde{B}_{ni})^2 > 0\end{aligned}$$

از طرفی ζ به صورت زیر بدست می‌آید:

با توجه به بخش ۳-۱، دینامیک خطای روینگر پایدار است و لذا مقدار ثابتی وجود دارد، به قسمی که $|\tilde{B}_{ni}| \leq \eta_{ni}$ ؛ لذا داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq \eta_{ni}|e_{ni}| - \phi_{ni}e_{ni}^2 \\ -\beta_{ni}|e_{ni}|^\delta|e_{ni}| &\leq \eta_{ni}|e_{ni}| \end{aligned} \quad (21)$$

حال با توجه به ناتساوی بدیهی $ab \leq \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2$ داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq 0.5(\eta_{ni}^2 + e_{ni}^2) \\ &= V_2 + \varrho_{ni} \end{aligned} \quad (22)$$

که در آن $\varrho_{ni} = 0.5\eta_{ni}^2$. لذا می‌توان نوشت:

$$V_2 \leq V_2(0)e^t - \varrho_{ni} \quad (23)$$

در نتیجه با استناد به فرم توسعه یافته وینتر [۲۵] می‌توان نتیجه گرفت که e_n در یک زمان محدود، کراندار است. در ادامه، تذکر ۲، علت این امر را با ذکر جزئیات ارائه می‌دهد. شکل ۱ بلوک دیاگرام روش پیشنهادی را نشان می‌دهد که شامل سه بخش اصلی، روینگر فراپیچشی به منظور تخمین نامعینی‌ها، کنترل‌کننده مقاوم زمان محدود و الگوریتم ژنتیک به منظور بهینه‌سازی پارامترهای کنترل‌کننده است. تذکر ۲: بررسی زمان محدود بودن طرح پیشنهادی به صورت زیر اثبات می‌گردد: برای تابع لیاپانوف (مثبت معین) $V_1 = \zeta^T P \zeta$ رابطه زیر بدیهی است:

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(P)\|\zeta\|^2 &\leq \zeta^T P \zeta \\ &\leq \lambda_{\max}(P)\|\zeta\|^2 \end{aligned} \quad (24)$$

که $\|\zeta\|^2 = \zeta_1^2 + \zeta_2^2 = |\tilde{e}_{ni}| + \tilde{B}_{ni}^2$ از طرفی واضح است که $|\zeta_1| \leq |\tilde{e}_{ni}|^{0.5} \leq \sqrt{\|\zeta\|^2}$ لذا برای معادله (۱۷) می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\frac{1}{|\tilde{e}_{ni}|^{0.5}} \zeta^T B' \zeta \\ &\leq \frac{-1}{|\zeta_1|} \lambda_{\min}(B') \|\zeta\|^2 = \\ &\frac{-\sqrt{\|\zeta\|^2}}{|\zeta_1|} \lambda_{\min}(B') \sqrt{\|\zeta\|^2} \leq \\ &-\lambda_{\min}(B') \|\zeta\| \leq \\ &-\lambda_{\min}(B') \frac{V_1^{0.5}}{\lambda_{\max}^{0.5}(P)} = -\gamma V_1^{0.5} \end{aligned} \quad (25)$$

حال پایداری روینگر پیشنهادی به کمک روش ناتساوی ماتریس خطی (LMI) و در نظر گرفتن قیود زیر محقق می‌شود:

$$\begin{aligned} 1 - \psi_{ni} &< 0 \\ -\psi_{ni}^3 + \psi_{ni}^2 - 3\psi_{ni} - \kappa_{ni}\psi_{ni} + E_i^2 - \\ (\psi_{ni}^2 - \psi_{ni})(1 - \psi_{ni})^{-1}(\psi_{ni}^2 - \psi_{ni}) &< 0 \end{aligned} \quad (15)$$

لذا داریم:

$$\begin{aligned} \psi_{ni} &> 1 \\ \kappa_{ni} &> \frac{-\psi_{ni}(E_i^2 + 3) + E_i^2 + 3\psi_{ni}^2}{\psi_{ni}^2 + \psi_{ni}} \end{aligned} \quad (16)$$

بنابراین مشتق تابع منتخب لیاپانوف با در نظر گرفتن شروط فوق، به صورت زیر بازنویسی می‌شود که دلالت بر پایداری روینگر پیشنهادی دارد.

$$\dot{V}_1 \leq -|\tilde{e}_{ni}|^{-0.5} \zeta^T B' \zeta \quad (17)$$

۳-۲- طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی

در این بخش، کنترل‌کننده مبتنی بر الگوریتم فراپیچشی به منظور تحقق همزمان‌سازی و پایداری سیستم حلقه بسته به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned} u_{ni} &= \frac{1}{\omega_{ni}} (q_{1i} + \hat{B}_{ni}) - q_{ni} \\ &+ \frac{1}{\omega_{ni}} (\phi_{ni}e_{ni} + \beta_{ni}|e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni})) \end{aligned} \quad (18)$$

که ϕ_{ni} و β_{ni} مقادیر مثبت هستند که بین صفر و یک انتخاب می‌شوند. با جایگذاری قانون کنترل پیشنهادی در $\dot{e}_{ni}$ داریم:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{ni} &= \\ -\tilde{B}_{ni} - \phi_{ni}e_{ni} - \beta_{ni}|e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni}) \end{aligned} \quad (19)$$

با تابع لیاپانوف $V_2 = 0.5e_{ni}^2$ و مشتق‌گیری از آن داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_{ni} \begin{pmatrix} -\tilde{B}_{ni} - \phi_{ni}e_{ni} \\ -\beta_{ni}|e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni}) \end{pmatrix} \\ &= -\tilde{B}_{ni}e_{ni} - \phi_{ni}e_{ni}^2 - \beta_{ni}|e_{ni}|^\delta|e_{ni}| \end{aligned} \quad (20)$$

لذا زمان همگرایی طرح پیشنهادی $T_{ni} = T_{\bar{e}_{ni}} + T_{e_{ni}}$ مقدار محدودی می‌شود. بنابراین مقدار t محدود و ترم e^t در معادله (۲۳) محدود است.

تذکر ۳: در طرح پیشنهادی، انتخاب پارامترهای ϕ_{ni} ، β_{ni} و δ نقش کلیدی در عملکرد کنترل‌کننده و دو پارامتر ψ_{ni} و κ_{ni} تاثیر مستقیمی بر روی عملکرد رویتگر دارد. افزایش ϕ_{ni} و β_{ni} موجب کاهش خطای همزمان سازی و تسریع همگرایی می‌شود، در حالیکه با کاهش δ ، کاهش نوسانات گذرا محقق خواهد شد. بهینه‌سازی هماهنگ این پارامترها با الگوریتم ژنتیک، موجب کاهش خطا و افزایش امنیت در انتقال سیگنال شده است. از طرفی افزایش دو پارامتر ψ_{ni} و κ_{ni} کاهش زمان همگرایی تخمین و کاهش چترینگ را در پی دارد. این دو پارامتر با تحلیل پایداری لیاپانوف و حل قیود ناتساوی ماتریس خطی تنظیم شده‌اند که همزمان پایداری سیستم و کارایی عملیاتی را تضمین نموده و در ناحیه امکان‌پذیر سیستم قرار بگیرند. این رویکرد نه تنها عملکرد سیستم را بهبود بخشیده، بلکه تعادل مناسبی بین سرعت، دقت و پایداری ایجاد کرده است.

تذکر ۴: الگوریتم فراپیشگی بطور کلی نسبت به کنترل لغزشی مرسوم دو برتری کلیدی دارد: (۱) حذف چترینگ با استفاده از قانون کنترلی پیوسته (۲) همگرایی در زمان محدود بدون نیاز به مشتق سیگنال لغزش. این ویژگی‌ها باعث شده است تا روش پیشنهادی برای سیستم‌های آشوبناک که به نوسانات حساس هستند، انتخاب مناسبی باشد [۱۷ و ۲۵].

۳-۳- بهینه‌سازی

در علوم مهندسی، معمولاً از الگوریتم ژنتیک به عنوان روشی مؤثر و کارآمد برای بهینه‌سازی پارامترهای کنترلی استفاده می‌شود. الگوریتم ژنتیک یک تکنیک بهینه‌سازی تکاملی است که بر اساس اصول انتخاب طبیعی و وراثت در زیست‌شناسی طراحی شده و قادر است، مسائل پیچیده با فضای جستجو وسیع و نامحدود را حل کند. این الگوریتم از یک جمعیت اولیه از راه‌حل‌ها (افراد) تشکیل می‌شود که به طور تصادفی ایجاد می‌شوند و به طور مکرر تحت فرایندهایی نظیر انتخاب، تقاطع (Crossover) و جهش (Mutation) قرار می‌گیرند. این فرایندها به الگوریتم امکان می‌دهند تا از بهینه‌های محلی عبور کرده و به سمت یک بهینه‌سازی جهانی حرکت کند.

که $\gamma = \frac{\lambda_{\min}(B')}{\lambda_{\max}^{0.5}(P)}$ عددی مثبت است. لذا زمان همگرایی محدود به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\gamma V_1^{0.5} \rightarrow \frac{dV_1}{V_1^{0.5}} \leq -\gamma dt \\ &\rightarrow \int_{V_1(0)}^0 V_1^{-0.5} dV_1 \leq -\gamma \int_0^T dt \\ &\rightarrow -2V_1^{0.5}(0) \leq -\gamma T \\ &\rightarrow 2V_1^{0.5}(0) \geq \gamma T \rightarrow T \leq \frac{2V_1^{0.5}(0)}{\gamma} \end{aligned} \quad (26)$$

لذا زمان همگرایی خطای رویتگر $T = T_{\bar{e}_{ni}} = \frac{2V_1^{0.5}(0)}{\gamma}$ است. از آنجایی که $t \in [0, T_{\bar{e}_{ni}}]$ محدود است، می‌توان این نتیجه را گرفت که خطای تخمین نامعینی‌ها در $\dot{e}_{ni}$ (یعنی $\bar{B}_{ni}$) به سمت صفر همگرا می‌شود. حال می‌خواهیم نشان دهیم زمان همگرایی سیستم کنترل طراحی شده توام با رویتگر، محدود است، لذا ترم e^t در معادله (۲۳) محدود خواهد شد. با توجه به توضیحات فوق، داریم:

$$\dot{e}_{ni} = -\phi_{ni}e_{ni} - \beta_{ni}|e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni}) \quad (27)$$

با جایگذاری رابطه (۲۷) در $\dot{V}_2$ نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_{ni}(-\phi_{ni}e_{ni} - \beta_{ni}|e_{ni}|^\delta \text{sign}(e_{ni})) \\ &= -\phi_{ni}e_{ni}^2 - \beta_{ni}|e_{ni}|^\delta |e_{ni}| \end{aligned} \quad (28)$$

با در نظر گرفتن رابطه $V_2 = 0.5e_{ni}^2$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} e_{ni}^2 &= 2V_2, \\ |e_{ni}|^\delta |e_{ni}| &= |e_{ni}|^{\delta+1} = (2V_2)^{\frac{\delta+1}{2}} \end{aligned} \quad (29)$$

لذا داریم:

$$\dot{V}_2 = -2\phi_{ni}V_2 - \beta_{ni}(2V_2)^{\frac{\delta+1}{2}} \quad (30)$$

با توجه به لم ۱، $T_{e_{ni}}$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$T_{e_{ni}} = \frac{1}{\phi_{ni}(1-\delta)} \times \ln \left(\frac{2\phi_{ni}V_2^{\frac{1-\delta}{2}}(0) + 2^{\frac{(\delta+1)}{2}}\beta_{ni}}{2^{\frac{(\delta+1)}{2}}\beta_{ni}} \right) \quad (31)$$

ارتباطی معرفی شده است: ماسک کردن، مدولاسیون و الحاقی. در اینجا، ما یک روش جدید به نام الحاق آبخاری را پیشنهاد می کنیم تا با چالش برانگیزتر کردن پیش بینی رفتار حامل برای مهاجم و در نتیجه تعیین طیف سیگنال پیام نهفته، امنیت ارتباط را بهبود بخشیم. مراحل تعریف و طراحی این روش جدید به شرح زیر است.

۴-۱- روش الحاقی

در این روش، از سیگنال پیام برای تغییر مستقیم سیستم دینامیکی آشوبناک در فضای حالت استفاده می شود. این بدان معنی است که پیام قبل از ارسال به خروجی، در یک یا چند حالت سیستم آشوبناک در فرستنده گنجانده می شود. بسیار مهم است که پیام مورد نظر به گونه ای در سیستم گنجانده شود که ماهیت آشوبناک سیستم را تغییر ندهد. بنابراین، فرض می کنیم که سیگنال پیام محدود و به اندازه کافی کوچک است تا رفتار سیستم آشوبناک را حفظ کند. پیام پس از همگام سازی در گیرنده بازیابی می شود. از دیدگاه نظریه کنترل، بازیابی پیام در هنگام استفاده از رویکرد، به یک مسئله ورودی نامعین تبدیل می شود، زیرا گنجاندن پیام به عنوان ورودی، دینامیک فرستنده را تحت تأثیر قرار می دهد. علاوه بر این، سیستم باید الزامات قابلیت مشاهده را برآورده کند، که در این مورد به معنای آن است که قابل مشاهده باشد.

۴-۲- روش جدید الحاق آبخاری

هرچه سیستم آشوبناک پیچیده تر باشد، تشخیص دینامیک سیستم برای مهاجم دشوارتر خواهد بود و در نتیجه ارتباطات امن تر می شود و شناسایی پیام ارسال شده دشوارتر می شود.

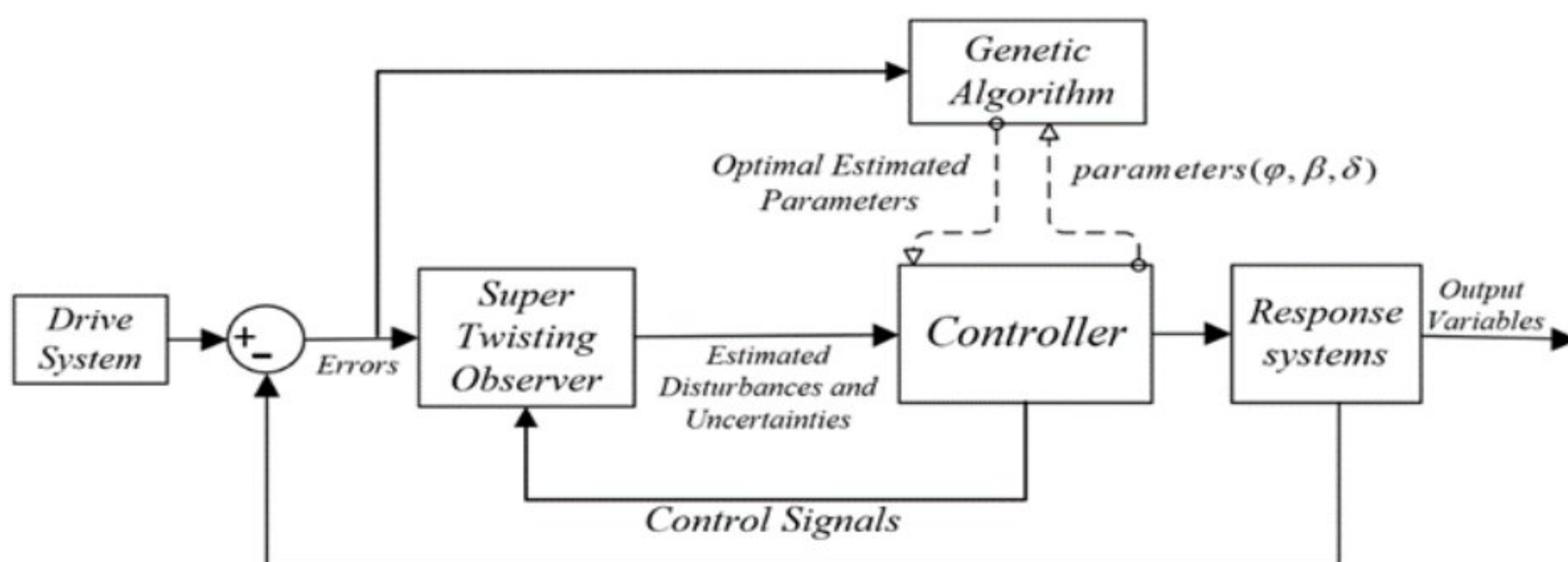
ویژگی های برجسته الگوریتم ژنتیک در این پژوهش، توانایی آن در یافتن مقادیر بهینه برای پارامترهای کنترلی β_{ni}, ϕ_{ni} و δ است. بدون نیاز به اطلاعات اولیه دقیق از سیستم و همچنین مشتق پذیری تابع هدف، الگوریتم قادر است از طریق تکامل تدریجی جمعیت ها، بهترین مقادیر ممکن را برای این پارامترها شناسایی کند. در این مقاله، برای ارزیابی عملکرد مدل و بهینه سازی پارامترهای کنترلی، از تابع هدف مجموع مربعات خطا (SSE) استفاده می شود که به صورت زیر بیان می شود:

$$SSE = \sum_{k=1}^N \|e_n\|^2 \quad (32)$$

که در آن e_n بردار خطای حالت و N تعداد نمونه ها می باشند.

۴-۳- رویکرد ارتباط امن

در طول یک دوره طولانی، سیستم های آشوبناک غیرقابل پیش بینی و بسیار حساس به شرایط اولیه هستند. پارامترها، شرایط اولیه و معادلات سیستم غیرخطی رفتار یک سیستم آشوبناک را به طور کامل تعیین می کنند. به دلیل غیرقابل پیش بینی بودن، پیچیدگی زیاد، پارامترهای نامعین و حساسیت به شرایط اولیه، این سیستم ها موضوع محبوبی در مطالعات کاربردهای آشوب هستند [۲۶]. از آنجایی که سیستم های آشوبناک قابل همگام سازی هستند، می توان از آن ها در ارتباطات امن استفاده کرد. به طور کلی، مسئله همگام سازی آشوبناک، یک مسئله کنترل آشوب است که در آن سیستم پاسخ باید به سیستم محرک نزدیک شود و سیستم محرک نشان دهنده مقدار مطلوب سیستم پاسخ است. از طریق دینامیک پیچیده آشوبناک، می توان اطلاعات را رمزگذاری کرد. سه روش امن



شکل ۱- بلوک دیاگرام پیشنهادی

$$\begin{aligned}\dot{x}_{11} &= -10(x_{11} - x_{12}) + \Delta Q_{11} + B_{11} \\ \dot{x}_{12} &= 28x_{11} - x_{12} - x_{11}x_{13} + \Delta Q_{12} + B_{12}\end{aligned}\quad (33)$$

$$\dot{x}_{13} = x_{11}x_{12} - \frac{8}{3}x_{13} + \Delta Q_{13} + B_{13}$$

که در آن

$$\begin{aligned}\Delta Q_{11} + B_{11} &= -0.1\cos(10t) \\ \Delta Q_{12} + B_{12} &= 0.2\cos(20t) \\ \Delta Q_{13} + B_{13} &= 0\end{aligned}\quad (34)$$

دینامیک سیستم پاسخ اول به صورت

$$\begin{aligned}\dot{x}_{21} &= -35(x_{21} - x_{22}) + \Delta Q_{21} + B_{21} + u_{21} \\ \dot{x}_{22} &= -7x_{21} + 28x_{22} - x_{21}x_{23} + \Delta Q_{22} + B_{22} + u_{22} \\ \dot{x}_{23} &= -3x_{23} + x_{21}x_{23} + \Delta Q_{23} + B_{23} + u_{23}\end{aligned}\quad (35)$$

در نظر گرفته می شود که در آن

$$\begin{aligned}\Delta Q_{21} + B_{21} &= -0.1\cos(10t) \\ \Delta Q_{22} + B_{22} &= -0.1\cos(20t) \\ \Delta Q_{23} + B_{23} &= 0.2\sin(20t)\end{aligned}\quad (36)$$

و دینامیک سیستم پاسخ دوم به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{31} &= -35(x_{31} - x_{32}) + \Delta Q_{31} + B_{31} + u_{31} \\ \dot{x}_{32} &= -7x_{31} + 28x_{32} - x_{31}x_{33} + \Delta Q_{32} + B_{32} + u_{32} \\ \dot{x}_{33} &= -3x_{33} + x_{31}x_{33} + \Delta Q_{33} + B_{33} + u_{33}\end{aligned}\quad (37)$$

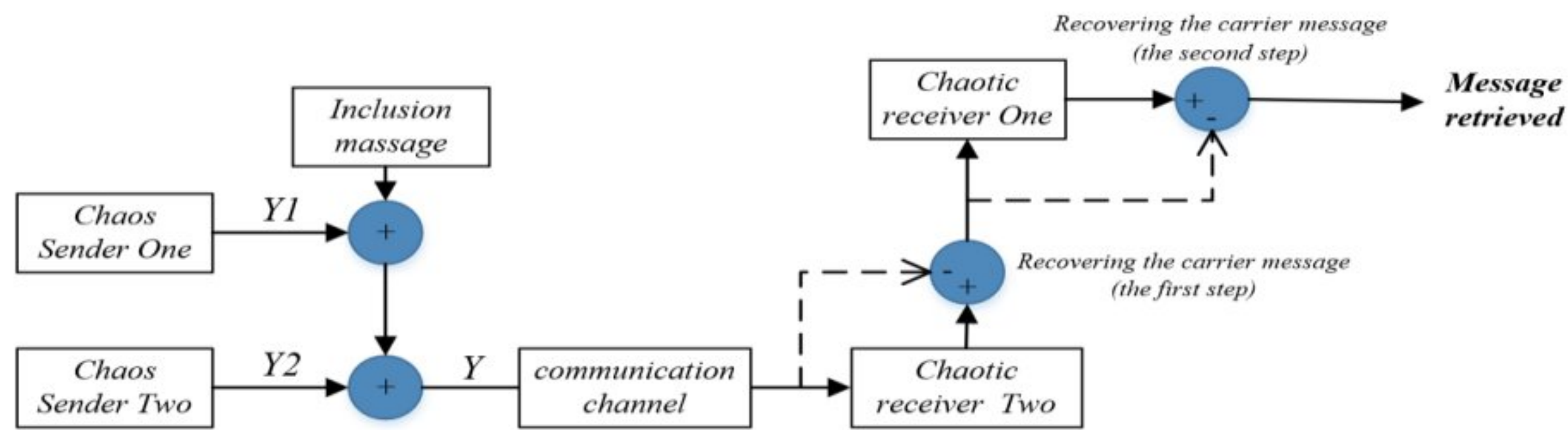
که در آن

$$\begin{aligned}\Delta Q_{31} + B_{31} &= -0.1\cos(20t) \\ \Delta Q_{32} + B_{32} &= -0.1\cos(10t) \\ \Delta Q_{33} + B_{33} &= 0.2\sin(10t)\end{aligned}\quad (38)$$

در مرجع [۲۷] ذکر شده است که اضافه کردن دو سیگنال آشوبناک با توان تقریباً برابر می تواند توانایی های امنیتی را افزایش دهد و یک سیگنال حامل با پیچیدگی فضای فاز کافی فراهم کند. شکل ۲ یک رویکرد الحاق آبشاری آشوبناک را نشان می دهد که می تواند برای تقویت امنیت ارتباطات امن آشوبناک استفاده شود. با ادغام دو سیگنال آشوبناک با قدرت تقریباً مشابه، می توان یک سیستم آشوبناک آبشاری با امنیت بسیار بالاتر ایجاد کرد. برای ساخت طرح آبشاری خود، سیستم آشوبناک چن را به عنوان سیستم آشوبناک دوم انتخاب کرده ایم. با استفاده از روش الحاق آشوب، سیگنال پیام در خروجی $Y1$ گنجانده می شود. سپس خروجی آشوبناک به خروجی $Y2$ اضافه می شود و پیام به عنوان خروجی Y منتقل می شود. به عبارت دیگر، یکی از دو سیگنالی که ارسال می شود حامل پیام است و دو سیگنال آشوبناک دیگر با هم ترکیب می شوند؛ در نتیجه، امنیت ارتباط به طور قابل توجهی افزایش می یابد و پیش بینی رفتار حامل و در نتیجه تعیین طیف فرکانسی پیام مخفی شده برای مهاجم بسیار دشوارتر می شود. برای بازیابی پیام دریافتی، یک مدل آبشاری در سمت گیرنده ساخته می شود.

۵- نتایج شبیه سازی

در این بخش، طرح پیشنهادی این مقاله توسط نتایج شبیه سازی نرم افزاری ارائه می گردد. لازم به ذکر است که جهت تنظیم پارامترهای کنترلی، از الگوریتم بهینه سازی ژنتیک استفاده می شود. مشخصات الگوریتم ژنتیک به کاررفته در شبیه سازی به شرح روبرو است: تعداد نسل ها ۵۰، تعداد پارامترهای بهینه سازی ۳، تعداد تکرار مجاز ۵۰۰ و نرخ تقاطع برابر با ۰/۸. در نظر گرفته شده است. برای شبیه سازی، سیستم آشوبی چندگانه با یک سیستم محرک و دو سیستم پاسخ را در نظر بگیرید که معادله سیستم محرک به صورت زیر باشد [۷]:



شکل ۱-روش الحاقی آشوب

پیشنهادی برای مدل مورد مطالعه به صورت زیر ارائه می‌گردد که پارامترهای تنظیم توسط الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک انتخاب می‌شوند:

$$\begin{aligned} u_{21} &= -10(x_{11} - x_{12}) + \hat{B}_{21} \\ &+ 35(x_{21} - x_{22}) + \phi_{21}e_{21} \\ &+ \beta_{21}|e_{21}|^\delta \text{sign}(e_{21}) \\ u_{22} &= -28x_{11} + x_{12} + x_{11}x_{13} - \hat{B}_{22} \\ &+ 7x_{21} - 28x_{22} + x_{21}x_{23} - \phi_{22}e_{22} \\ &- \beta_{22}|e_{22}|^\delta \text{sign}(e_{22}) \\ u_{23} &= -0.5x_{11}x_{12} + \frac{4}{3}x_{13} - 0.5\hat{B}_{23} \\ &+ 3x_{23} - x_{21}x_{23} - 0.5\phi_{23}e_{23} \\ &- 0.5\beta_{23}|e_{23}|^\delta \text{sign}(e_{23}) \end{aligned} \quad (42)$$

که در آن به کمک الگوریتم ژنتیک، مقادیر ϕ_{21} ، ϕ_{22} و ϕ_{23} به صورت $1.42/51$ ، β_{21} و β_{22} به صورت $21/44$ و همچنین δ به صورت 0.817 تعیین شده‌اند. همچنین:

$$\begin{aligned} u_{31} &= -10(x_{11} - x_{12}) + \hat{B}_{31} \\ &+ 35(x_{31} - x_{32}) + \phi_{31}e_{31} \\ &+ \beta_{31}|e_{31}|^\delta \text{sign}(e_{31}) \\ u_{32} &= -28x_{11} + x_{12} + x_{11}x_{13} - \hat{B}_{32} \\ &+ 7x_{31} - 28x_{32} + x_{31}x_{33} - \phi_{32}e_{32} \\ &- \beta_{32}|e_{32}|^\delta \text{sign}(e_{32}) \\ u_{33} &= -0.5x_{11}x_{12} + \frac{4}{3}x_{13} - 0.5\hat{B}_{33} \\ &+ 3x_{33} - x_{31}x_{33} - 0.5\phi_{33}e_{33} \\ &- 0.5\beta_{33}|e_{33}|^\delta \text{sign}(e_{33}) \end{aligned} \quad (43)$$

که در آن به کمک الگوریتم ژنتیک، مقادیر ϕ_{31} ، ϕ_{32} و ϕ_{33} به صورت $1.02/18$ ، β_{31} و β_{32} به صورت $18/24$ و

همچنین شرایط اولیه به صورت $x_1(0) = [1, -1, 2]^T$ و $x_2(0) = [-3, -1, 5]^T$ و $x_3(0) = [2, -1, 5]^T$ انتخاب شده است. ضرایب مقیاس‌دهی جهت تشکیل دینامیک خطا نیز به صورت $\omega_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ و $\omega_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ لحاظ شده‌است:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{21} &= -10(x_{11} - x_{12}) \\ &+ 35(x_{21} - x_{22}) \\ &- u_{21} + b_{21}^e \\ \dot{e}_{22} &= 28x_{11} - x_{12} - x_{11}x_{13} - 7x_{21} \\ &+ 28x_{22} - x_{21}x_{23} + u_{22} + b_{22}^e \\ \dot{e}_{23} &= x_{11}x_{12} - \frac{8}{3}x_{13} \\ &+ 2(-3x_{23} + x_{21}x_{23} + u_{23}) \\ &+ b_{23}^e \end{aligned} \quad (39)$$

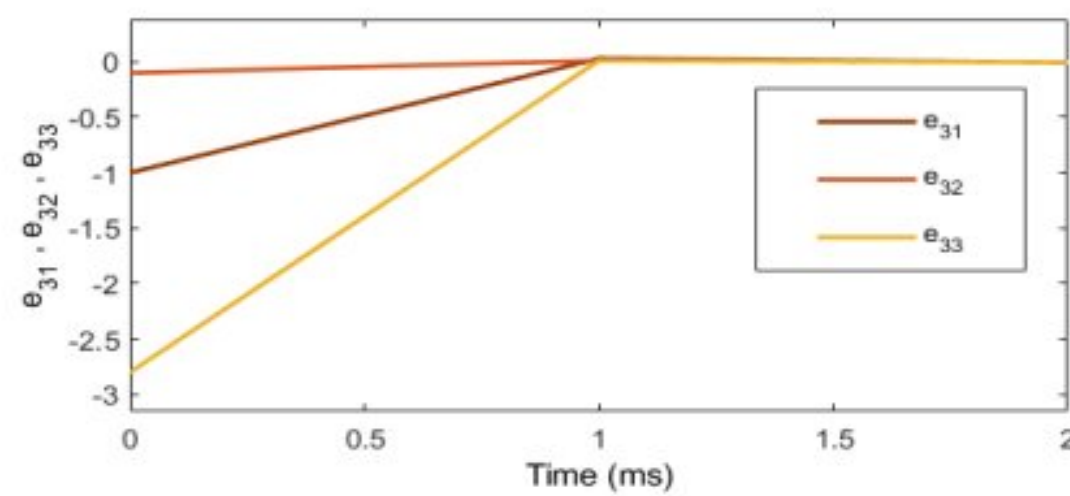
و همچنین داریم:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{31} &= -10(x_{11} - x_{12}) \\ &+ 35(x_{31} - x_{32}) \\ &+ u_{31} + b_{31}^e \\ \dot{e}_{32} &= 28x_{11} - x_{12} - x_{11}x_{13} + 7x_{31} \\ &- 28x_{32} + x_{31}x_{33} + u_{32} + b_{32}^e \\ \dot{e}_{33} &= x_{11}x_{12} - \frac{8}{3}x_{13} \\ &- 2(-3x_{33} + x_{31}x_{33} + u_{33}) \\ &+ b_{33}^e \end{aligned} \quad (40)$$

که در آن

$$\begin{aligned} b_{21}^e &= 0, b_{22}^e = 0.1 \cos(20t), \\ b_{23}^e &= 0.4 \sin(20t) \\ b_{31}^e &= -0.1 \cos(10t) - 0.1 \cos(20t) \\ b_{32}^e &= 0.2 \cos(20t) + 0.1 \cos(10t), \\ b_{33}^e &= -0.4 \sin(10t) \end{aligned} \quad (41)$$

پارامترهای طراحی رویتر به صورت $\psi_{ni} = 40$ و $\kappa_{ni} = 200$ برای $i = 1, 2, 3$ در نظر گرفته می‌شوند. قانون کنترل



شکل ۳- خطاهای همزمان سازی سیستم پاسخ سوم

در فرستنده، سیگنال پیام و سیگنال‌های آشوب بر هم منطبق می‌شوند تا یک سیگنال واحد ایجاد کنند. پس از آن، سیگنال خروجی باید با سیستم آشوبناک شبیه‌سازی شده چن (Chen) جمع شود که برای طراحی روش الحاق آبخاری به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۸]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= -x_1x_3 + cx_2 \\ \dot{x}_3 &= x_1x_2 - bx_3 \end{aligned} \quad (46)$$

که $a = 34, b = 3.5, c = 20$. یک سیگنال آشوبناک با پنهان کردن اطلاعات مهم، ارتباطات امن را امکان پذیر می‌کند. با همگام‌سازی با سیگنال‌های محرک، سیستم پاسخ در گیرنده قادر به تکرار سیگنال آشوبناک است. اگر سیگنال‌های دریافتی توسط سیستم پاسخ از سیگنال آشوب تولید شده منفی شود، سیگنال‌های پیام می‌توانند به درستی بازیابی شوند.

در این قسمت، یک روش آبخاری برای پیاده‌سازی سیستم ارتباطی مدنظر قرار گرفته است. با این رویکرد، دینامیک سیستم پیچیده‌تر شده و مسیرهای سیستم جذب‌کننده آشوب بیشتر تغییر می‌کنند (شکل ۹ و شکل ۱۰). به دلیل افزایش پیچیدگی ایجاد شده هنگام ترکیب دو سیگنال آشوبناک با قدرت برابر (سیستم آشوبناک چندگانه و سیستم چن)، تلاش برای بازیابی پیام توسط هکرها، امری دشوارتر باشد. مشکل اصلی در رویکردهای فعلی (روش الحاق آشوب و روش ماسک کردن) این است که اثر پیام را می‌توان در دینامیک سیگنال انتقال یافت؛ در نتیجه، پیام پنهان شده را می‌توان با استفاده از روش‌های پردازش سیگنال مختلف، روش‌های طبقه‌بندی الگوریتم و غیره نشان داد. هدف ما این است که هرگونه الگو یا اصلاحی را که ممکن است در دینامیک سیستم گنجانده شود، از سیگنال انتقال حذف کنیم (شکل ۱۱).

همچنین δ به صورت 0.817 تعیین شده‌اند. نتایج ارائه شده در شکل‌های ۳ و ۴ بیانگر آن است که خطاهای همزمان‌سازی سیستم پاسخ دو و سه در کمتر از یک میلی ثانیه به صفر همگرا شده‌اند. با درنظر گرفتن تابع هزینه میانگین مربعات خطا، این نتیجه حاصل می‌شود که خطاهای همزمان‌سازی قبل و بعد از بهینه‌سازی به ترتیب عبارتند از 0.388 و 0.15 . نتایج حاصل از رویکرد پیشنهادی در شکل ۵ نمایش داده شده است که بیانگر آن است که خطای همزمان‌سازی در مدت زمان کمتر از 0.3 ثانیه به صفر همگرا می‌شود. تخمین نامعینی‌ها نیز توسط شکل ۶ گزارش شده‌است. به منظور مقایسه روش پیشنهادی، روش ارائه شده در [۳] بر روی سیستم مورد مطالعه اعمال گردید و نتایج حاصل در شکل‌های ۷ و ۸ به تصویر کشیده شده‌است که دال بر موفقیت روش پیشنهادی در تحقق هدف همزمان‌سازی دارد.

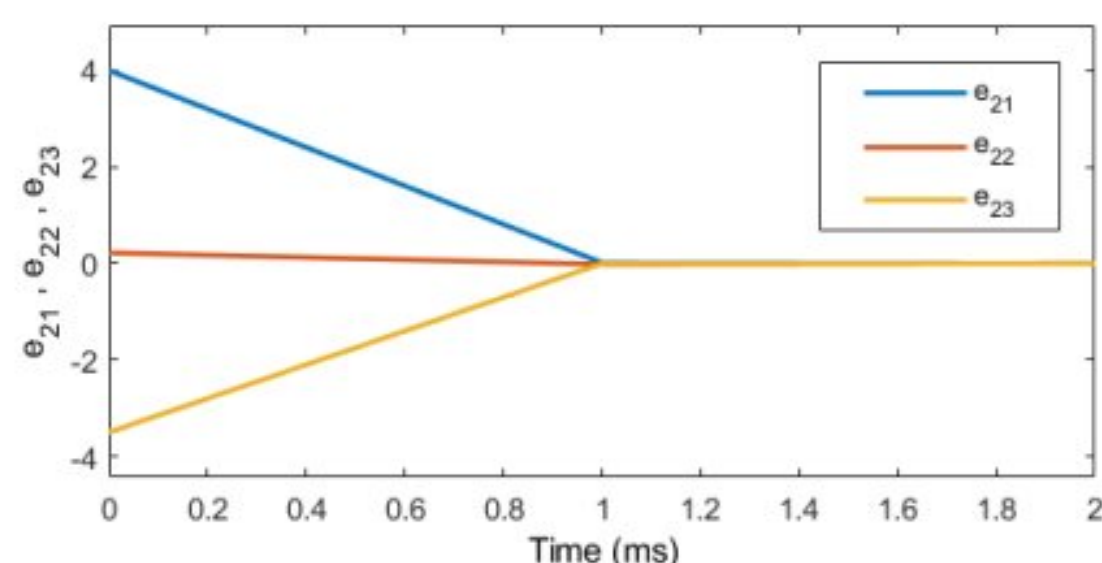
۶- کاربرد در ارتباط امن

در روش الحاقی، پیام‌های ما به‌طور دلخواه با حالت‌های سیستم جذب‌کننده آشوب، مرتبط می‌شوند. به منظور پیاده‌سازی آن، رابطه (۲۴) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

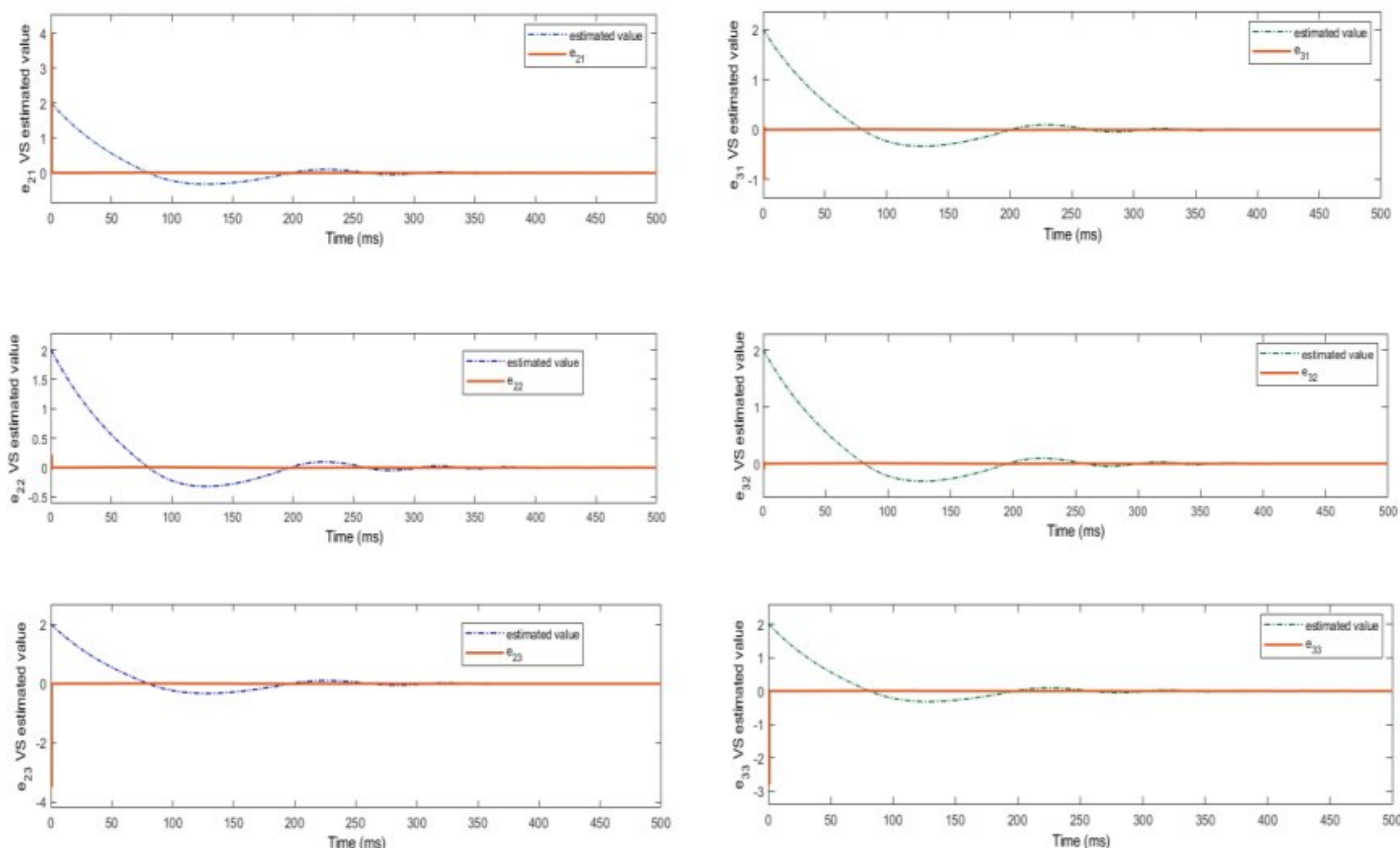
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{13} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -10(x_{11} - S_1) \\ 28S_2 - x_{12} - x_{11}x_{13} \\ x_{11}x_{12} - \frac{8}{3}S_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -0.1\cos(10t) \\ 0.2\cos(20t) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

که در آن

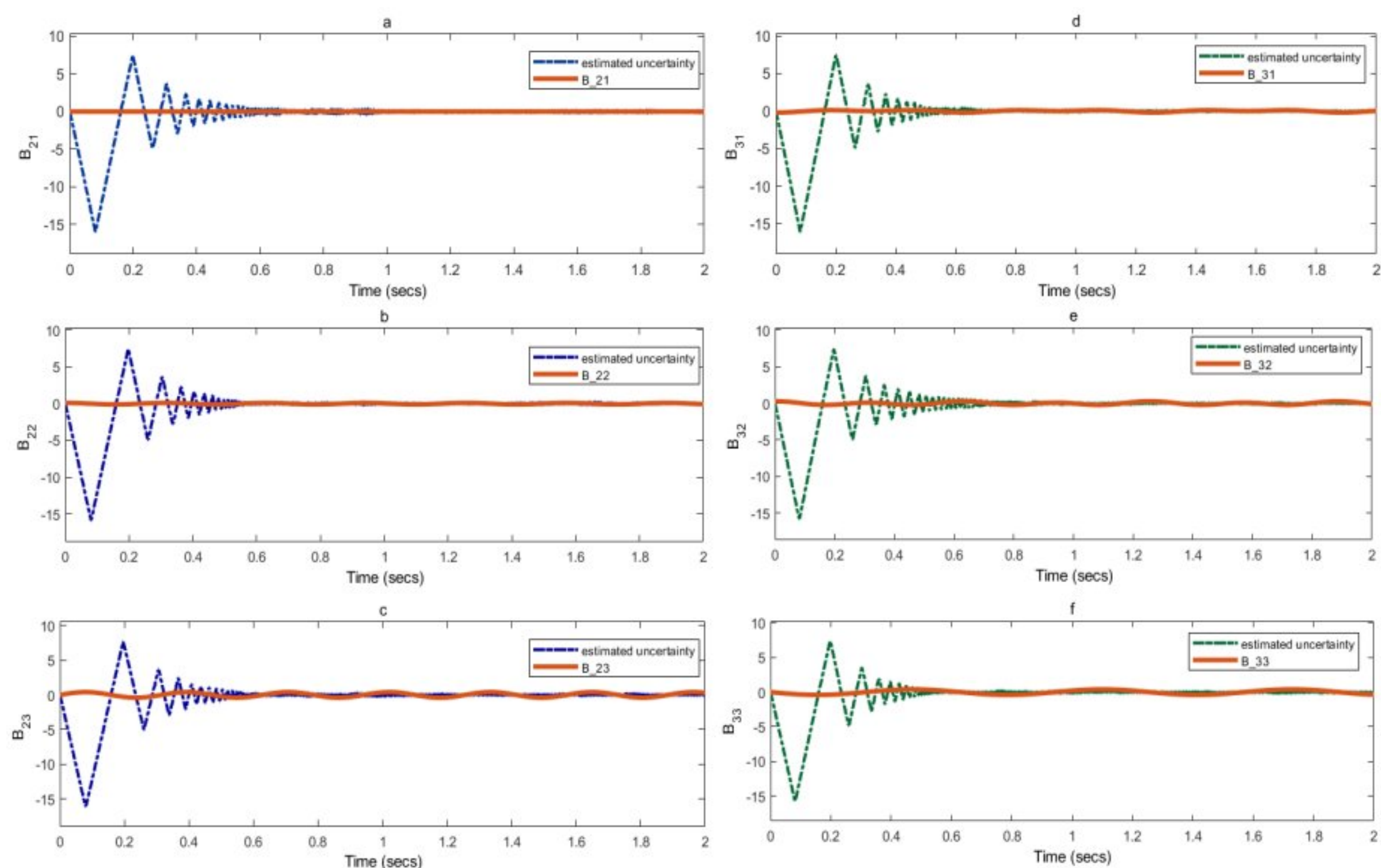
$$\begin{aligned} S_1 &= x_{12} + m(t), \\ S_2 &= x_{11} + m(t), \\ S_3 &= x_{13} + m(t), \\ m(t) &= 0.9 \sin(20t) \end{aligned} \quad (45)$$



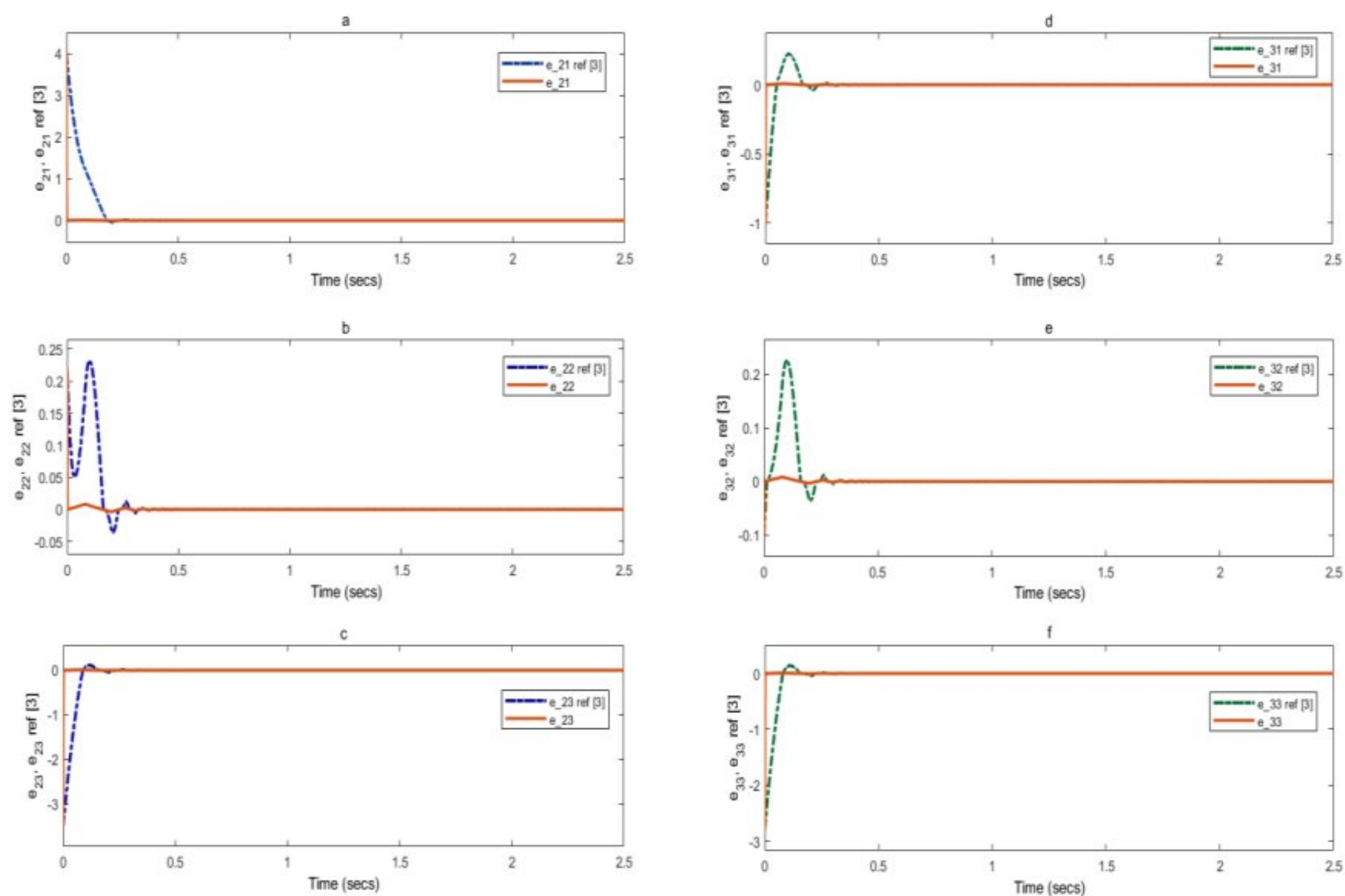
شکل ۲- خطاهای همزمان‌سازی سیستم پاسخ دوم



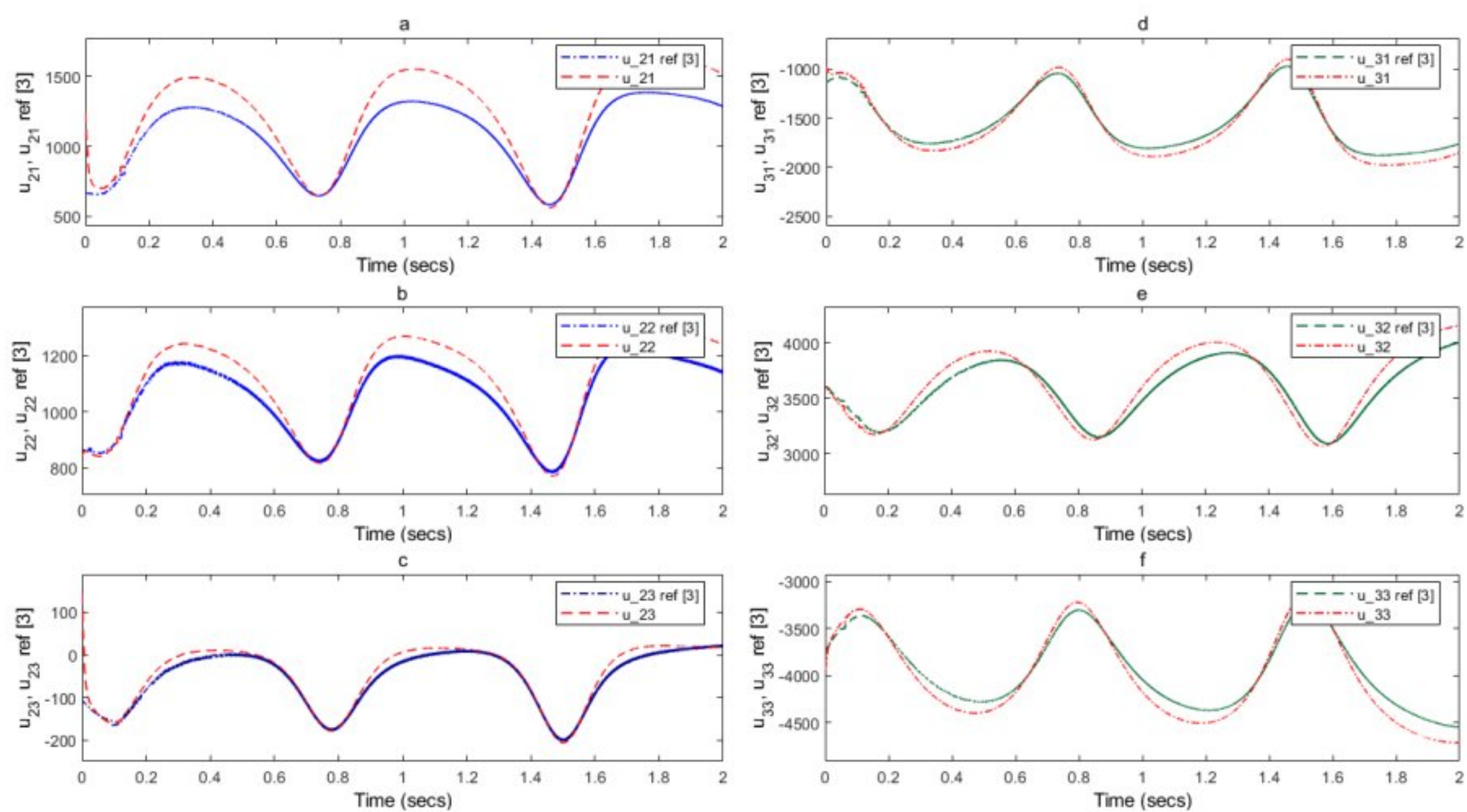
شکل ۵- خطاهای سیستم های پاسخ و تخمین آن ها



شکل ۶- تخمین عدم قطعیت های سیستم پاسخ دوم و سوم



شکل ۷- مقایسه عملکرد همزمان سازی روش پیشنهادی و مقاله [۳]



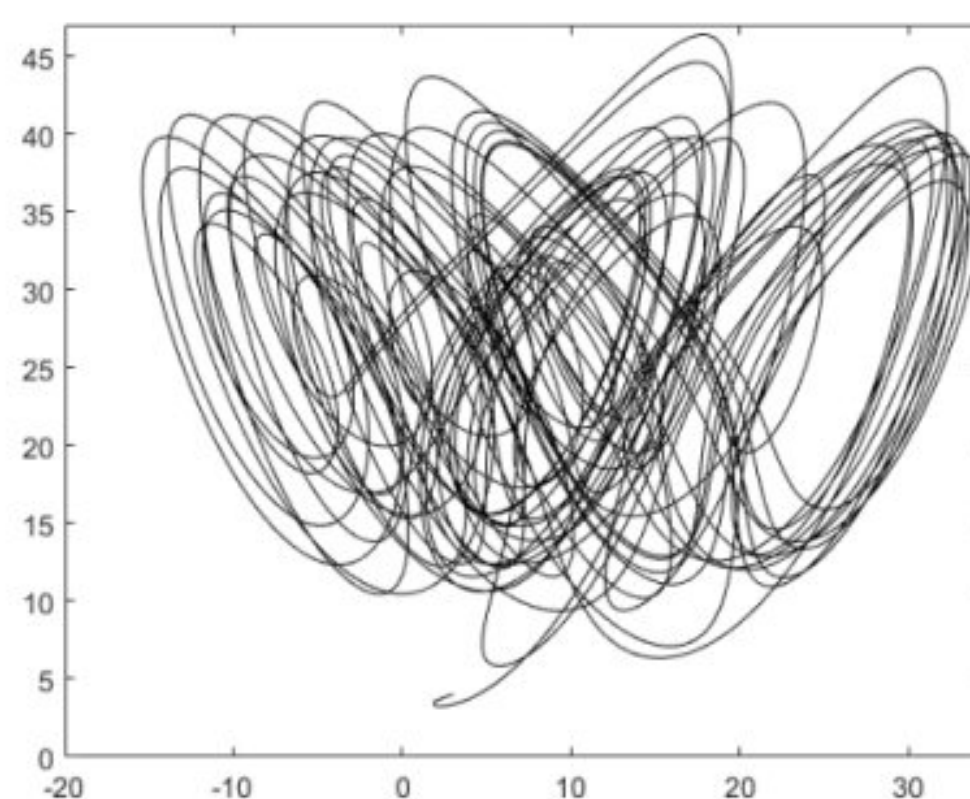
شکل ۸- مقایسه سیگنال های کنترلی روش پیشنهادی و مقاله [۳]

در نهایت، پس از رسیدن به نتیجه مطلوب در مورد همگام‌سازی سیستم‌های آشوبناک، از چندین سیستم آشوبناک در ارتباطات امن استفاده شد که اتصال الحاق آشوب را به صورت آشنایی پیاده‌سازی گردید. در این اتصال، سیستم آشوبناک چندگانه با یک سیستم آشوبناک منفرد ترکیب شده و یک دینامیک جدید ایجاد می‌کند. پیام ارسال شده در یکی از این دو سیستم گنجانده و ارسال می‌شود. گیرنده نیز مسئول بازیابی این پیام است. در نتیجه این کار، پیچیدگی بالای سیستم را در فضای فاز مشاهده کردیم که تشخیص آن را برای مهاجمان بسیار دشوارتر می‌کند. علاوه بر این، استحکام رویکرد ما با اضافه کردن به کانال ارتباطی امن جدید پیشنهادی بررسی شد که عملکرد مناسب روش را نشان می‌دهد. در کار آینده، روش پیشنهادی به سیستم‌های آشوبی مرتبه کسری اعمال خواهد شد.

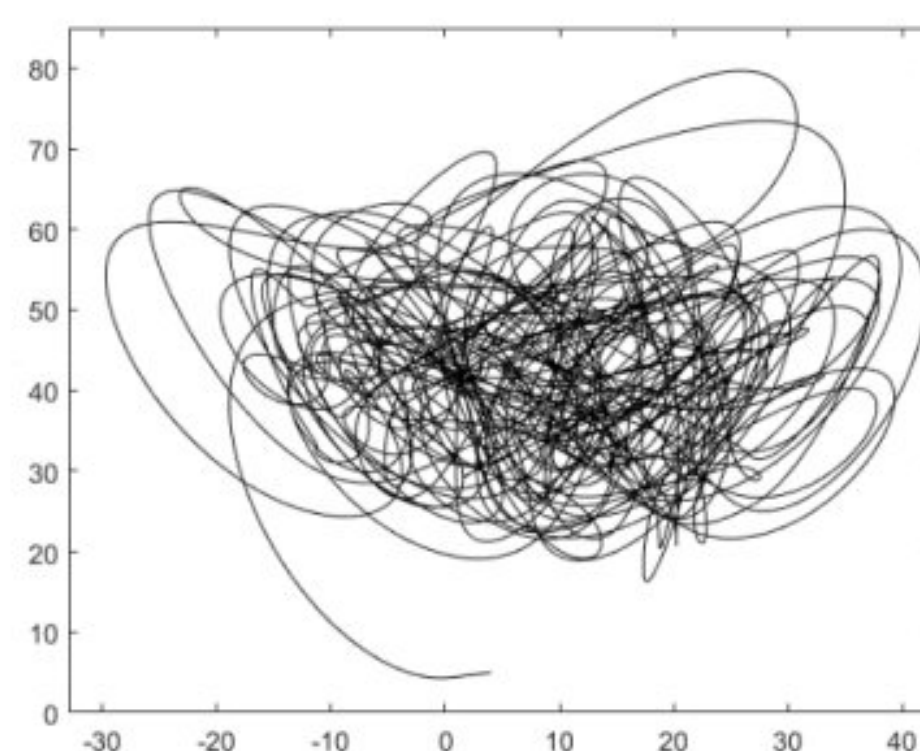
مراجع

- [1] Louis M (1992) Synchronization in chaotic systems, Phys Rev Lett 64(8): 821-825, 1990.
- [2] Priz U (1992) Experimental demonstration of secure Communication Via Chaotic synchronization, Int J Bifur Chaos 2(3): 709-713.
- [3] Luo J, Qu S, Xiong Z, Appiagyei E (2019) Observer-based finite-time modified projective synchronization of multiple uncertain chaotic systems and applications to secure communication using DNA encoding. IEEE Access, 7: 65527-65543.
- [4] Sudheesh KV (2022) Self-adaptive based medical image encryption using multiple chaotic systems. Int J Comput Appl 183(48): 0975-8887, 48.
- [5] Wang X, Guan N, Zhao H, Wang S, Zhang Y (2020) Open a new image encryption scheme based on coupling map lattices with mixed multi-chaos. Sci Rep 10: 9784.
- [6] Itong YLI, Ianguo JYU (2020) Multi scrolls chaotic encryption scheme for CO-OFDM-PON. Opt Express 28(14): 19808-19817.
- [7] Chen X, Park JH, Cao J, Qiu J (2017) Sliding mode synchronization of multiple chaotic systems with uncertainties and disturbances, Appl Math Comput 308: 161-173.
- [8] Chen X, Cao J, Qiu J, Alsaedi A, Alsaedi FE (2016) Adaptive control of multiple chaotic systems with unknown parameters in two different synchronization modes, Adv Differ Equ 2016: 1-17.
- [9] Yadav N, Pallav, Handa H (2023) Projective synchronization for a new class of

برای اثبات کنترل‌کننده جدید و پایداری ارتباطات امن، ما سه نوع نویز را به کانال انتقال اعمال کردیم. (پالس ژنراتور با دامنه ۳/۵ به کانال X11، نویز سفید با توان ۰/۱ به کانال X12 و پالس ژنراتور با دامنه ۱/۵ به کانال X13 اضافه شد). شکل ۱۲ نشان می‌دهد که پیام‌های بازیابی شده چگونه به دست آمده‌اند.



شکل ۹- عملکرد آشوب الحاقی آشنایی روی صفحه $X1 - X2$

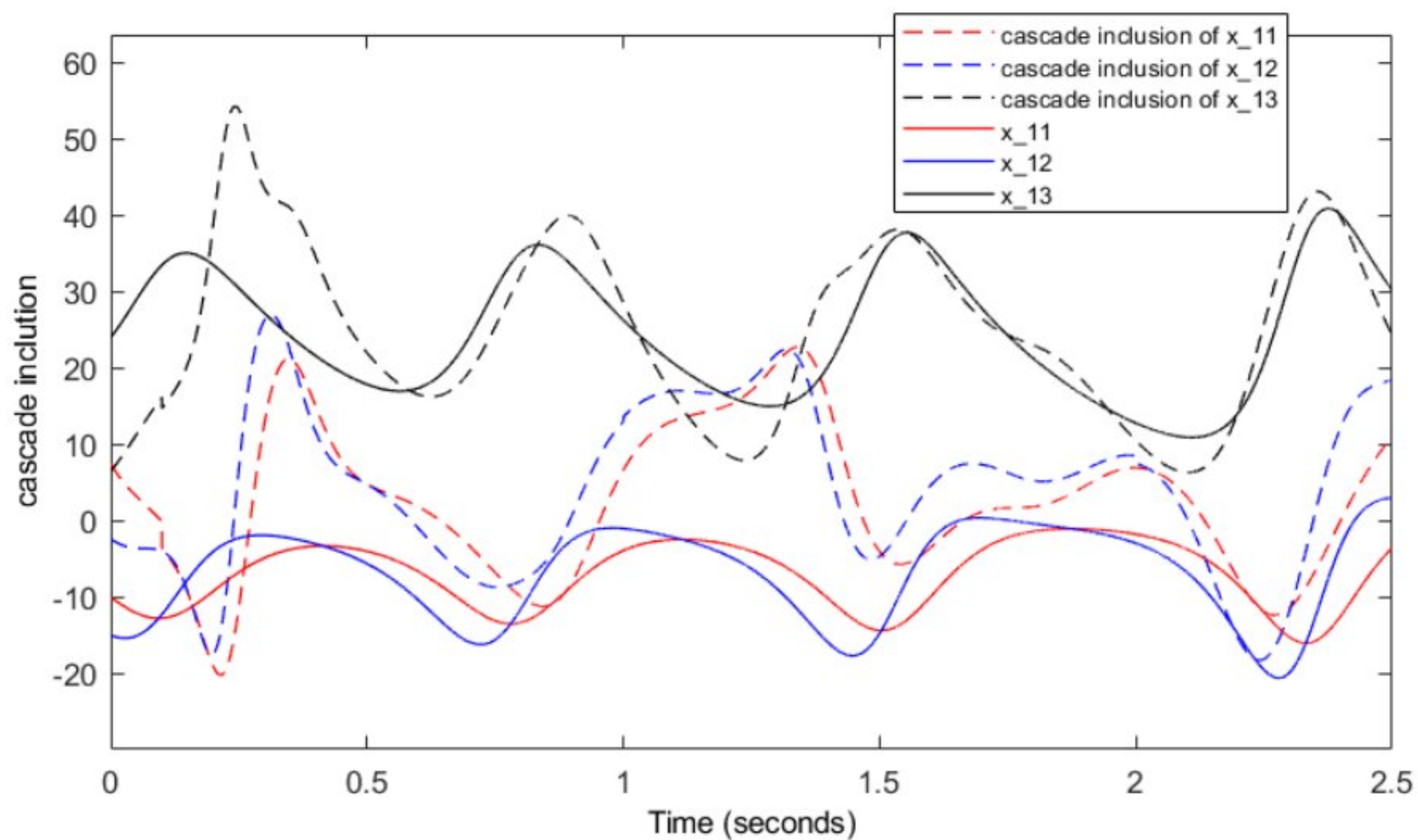


شکل ۱۰- عملکرد آشوب الحاقی آشنایی روی صفحه $X1 - X3$

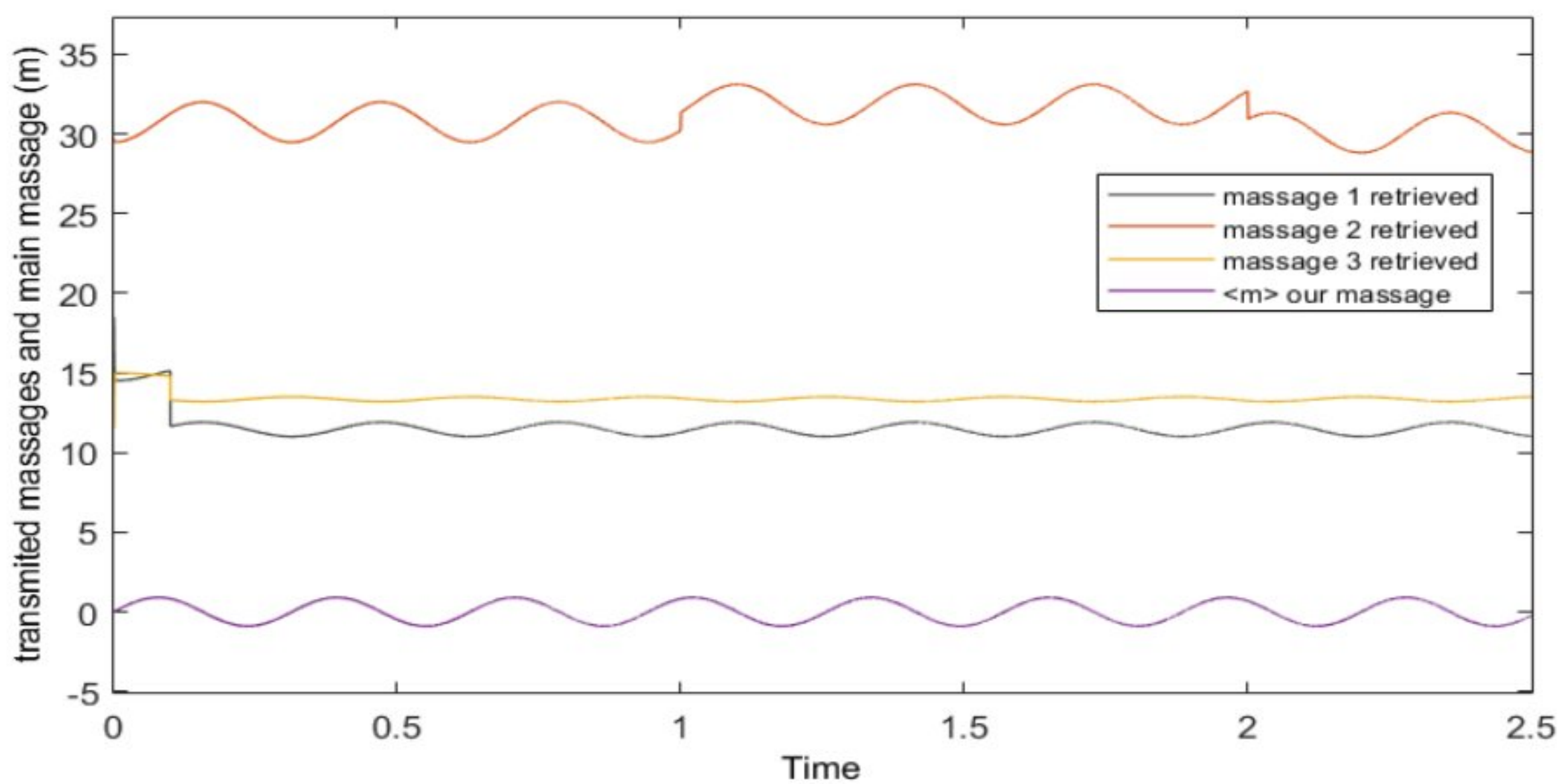
۷- نتیجه‌گیری

هدف این مقاله همگام‌سازی چندین سیستم آشوبناک نامعین در حضور اغتشاش برای استفاده در ارتباطات امن است. بدین منظور، یک کنترل‌کننده زمان محدود برای حالت همگام‌سازی اصلاح شده و یک رویتر ابر پیچشی برای تخمین اغتشاشات طراحی شد. علاوه بر این، الگوریتم ژنتیک برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده به منظور به حداقل رساندن خطا و کم کردن زمان همگام‌سازی استفاده گردید.

- [18] Nabil H, Tayeb H (2025) Modified generalized projective synchronization of the geomagnetic Krause and Robert fractional-order chaotic system and its application in secure communication. *Eur Phys J B*, 98 (4): 56.
- [19] Iqbal S, Wang J (2025) A novel fractional-order 3-D chaotic system and its application to secure communication based on chaos synchronization. *Physica Scr* 100(2): 025243.
- [20] Strogatz SH, Oppenheim AV (1993) Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to Communications. *IEEE Trans Circuits and Sys II: Analog and Digital Signal Processing*, 40(10): 626–633.
- [21] Suchit S, Goenka P, Nand D (2024) Implementation of secure communication system using various chaotic systems, 3rd International Conference for Innovation in Technology, Bangalore, India, pp. 1-4.
- [22] Bowong S, Kakmeni FMM, Siewe MS (2007) Secure communication via parameter modulation in a class of chaotic systems. *Comm Nonlinear Sci Numer Simul* 12(3): 397–410.
- [23] L'Hernault, M, Barbot JP, Ouslimani A (2008) Feasibility of analog realization of a sliding-mode observer: Application to data transmission. *IEEE Trans Circuits Syst I: Regular Papers* 55(2): 614–624.
- [24] Hong Y, Jiang ZP (2006) Finite-time stabilization of nonlinear systems with parametric and dynamic uncertainties, *IEEE Trans Autom Control* 51(12): 1950-1956.
- [25] Hong Y, Guowu Y, Linda B, Hua OW (2000) Global finite-time stabilization: from state feedback to output feedback. In *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, 3: 2908-2913.
- [26] Sun K (2016) *Chaotic secure communication: principles and technologies*, Walter de Gruyter GmbH & Co KG.
- [27] Short KM (1994) Steps toward unmasking secure communications. *Int. J. Bifur. Chaos*, 4: 959–977.
- [28] Chen G (2002) A new chaotic attractor coined, *Int J Bifur Chaos* 12(3): 659–661.
- chaotic/hyperchaotic systems with and without parametric uncertainty. *Trans Inst Meas Control* 45(10): 1975-1985.
- [10] Sun J, Shen Y, Zhang G, Sun J, Shen Y, Zhang G (2012) Transmission projective synchronization of multi-systems with non-delayed and delayed coupling via impulsive control transmission projective synchronization of multi-systems with non-delayed and delayed coupling via impulsive control. *Chaos: Interdiscip J Nonlinear Sci* 22: 043107-1.
- [11] Ahmad IA (2015) Research on the synchronization of two novel chaotic systems based on a nonlinear active control algorithm. *Eng Technol Appl Sci Res* 5(1): 739–747.
- [12] Pahnehkolaei SMA, Alfi A, Machado JT (2020) Fuzzy logic embedding of fractional order sliding mode and state feedback controllers for synchronization of uncertain fractional chaotic systems. *Comput Appl Math* 39(3): 182.
- [13] Tarammim A, Akter MTA (2022) Comparative study of synchronization methods of Rucklidge chaotic systems with design of active control and backstepping methods. *Int J Mod Nonlinear Theory Appl*. 11: 31–51.
- [14] Akbar A, Javan K, Shoeibi A, Zare A, Izadi NH, Jafari M (2021) Design of adaptive-robust controller for multi-state synchronization of chaotic systems with unknown and time-varying delays and its application in secure communication. *Sens* 21(1): 254.
- [15] Ahmad I, Shafiq M (2020) Robust adaptive anti-synchronization control of multiple uncertain chaotic systems of different orders. *Automatika* 61(3): 396–414.
- [16] Behrooz F, Mariun N, Marhaban MH, Radzi MAM, Ramli AR (2018) Review of control techniques for HVAC systems-nonlinearity approaches based on fuzzy cognitive maps. *Energies*, 11(3): 495.
- [17] Mobayen S (2018) Chaos synchronization of uncertain chaotic systems using composite nonlinear feedback based integral sliding mode control. *ISA Trans* 77: 100–111.



شکل ۱۱- مقایسه عملکرد سیستم محرک قبل و بعد از اعمال روش الحاقی آبخاری



شکل ۱۲- نتایج پیام های بازیابی شده